ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 SEPTEMBRE 1925.

PRÉSIDENCE DE M. E.-L. BOUVIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **de Bodola**, membre de l'Académie des Sciences de Budapest, M. **Tanakadate**, membre de l'Académie des Sciences de Tokyo, et M. le Major **Mac Mahon**, membre de la Société royale de Londres, qui assistent à la séance.

M. le **Président** annonce le décès de M. **Charlier-Tabur**, doyen de la Presse de l'Institut, et rappelle les services qu'il a rendus, dans l'exercice de sa profession, à la science et à l'Académie.

M. **L. Cuénot**, par l'organe de M. E.-L. Bouvier, fait hommage à l'Académie de son Ouvrage intitulé *L'Adaptation*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Fritz Sarasin et Jean Roux. *Nova Caledonia :* A. *Zoologie*. Vol. III, L. III : G. Grimpe et H. Hoffmann. *Die Nacktschnecken von Neu Caledonien, den Loyalty-Inseln und den Neuen-Hebriden*. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la réduction simultanée de deux formes quadratiques.* Note [1] de M. **P. J. Myrberg**, transmise par M. Émile Borel.

La méthode ingénieuse d'Hermite pour établir la théorie arithmétique des formes est, comme le montrent les travaux de Jordan, applicable aux formes d'un nombre quelconque de variables et d'ordre quelconque. Nous nous proposons de démontrer dans la Note présente comment les idées d'Hermite peuvent être utilisées pour l'étude des propriétés arithmétiques des systèmes de formes, en nous bornant ici aux cas de deux formes réelles quadratiques

$$\varphi_1 = \Sigma a_{ik} y_i y_k, \qquad \varphi_2 = \Sigma b_{ik} y_i y_k. \tag{1}$$

Définition. — *Soient* (φ_1, φ_2) *et* (φ'_1, φ'_2) *deux couples de formes réelles quadratiques* (1). *Nous dirons que ces couples sont arithmétiquement équivalents (dans un sens étendu) s'il existe une substitution unimodulaire avec les coefficients réels entiers*

$$y'_i = \Sigma \alpha_{ik} y_k \tag{2}$$

telle qu'on ait

$$\varphi_1(y') = \alpha\varphi'_1(y) + \beta\varphi'_2(y); \qquad \varphi_2(y') = \gamma\varphi'_1(y) + \delta\varphi'_2(y), \tag{3}$$

où α, β, γ *et* δ *sont des entiers réels pour lesquels* $\alpha\delta - \beta\gamma = \pm 1$. *Si les coefficients de* (2) *et* (3) *sont seulement supposés réels, l'équivalence sera dite algébrique.*

Dans le cas particulier $\alpha = \delta = 1$, $\beta = \gamma = 0$, l'équivalence se réduit à l'équivalence ordinaire.

Pour étudier l'équivalence entre deux couples, nous adjoignons au couple (φ_1, φ_2) la forme

$$z_1\varphi_1 + z_2\varphi_2 \tag{4}$$

dépendant des deux paramètres z_1, z_2. Soit

$$z'_1\varphi'_1 + z'_2\varphi'_2 \tag{5}$$

la forme analogue correspondant au couple (φ'_1, φ'_2). On constate immé-

[1] Séance du 7 septembre 1925.

tement que la forme (5) sera la transformée de la forme (4) par la substitution (2), si l'on assujettit les paramètres z aux conditions

$$(6) \qquad z'_1 = \alpha z_1 + \gamma z_2, \qquad z'_2 = \beta z_1 + \delta z_2.$$

Formons maintenant le déterminant de la forme quadratique (4). C'est une forme binaire $\Delta(z_1, z_2)$ des quantités z_1, z_2 qui sera par la substitution (6) transformée en le déterminant $\Delta'(z'_1, z'_2)$ de la forme (5). D'où :

Théorème. — *Les formes Δ correspondant aux couples arithmétiquement (ou algébriquement) équivalents dans le sens étendu sont arithmétiquement (ou algébriquement) équivalents dans le sens ordinaire.*

Définition. — *Le couple* (1) *sera dit couple réduit si :* 1° *la forme Δ correspondante est réduite et si* 2° *le produit $\varphi_1 \varphi_2$ est une forme réduite.*

Pour l'équivalence de deux couples (1) il faut et il suffit que les systèmes des réduites arithmétiquement équivalentes aux couples donnés soient identiques.

Considérons maintenant les formes (1) à coefficients entiers. Dans ce cas les coefficients de la forme Δ sont aussi des nombres entiers. Soit δ le déterminant de la forme binaire Δ défini par Hermite. On peut toujours définir les réduites de Δ de telle façon que tous leurs coefficients restent au-dessous de certaines limites ne dépendant que de δ. Il suit de là facilement qu'il est possible de remplacer les formes d'un couple réduit par des formes algébriquement équivalentes dont les coefficients seront limités en valeur absolue par l'invariant δ correspondant.

D'après un théorème de Poincaré, qui peut facilement s'étendre aux formes d'un nombre quelconque de variables, il est possible de trouver, pour chaque forme à coefficients entiers et dont le discriminant est égal à zéro, une réduite dont les coefficients sont bornés supérieurement par des quantités qui sont des fonctions entières des invariants de la forme, s'il existe un système de covariants n'ayant aucun point commun. Cette condition est toujours remplie pour les formes φ_1, φ_2, si les racines de l'équation $\Delta(z, 1) = 0$ sont toutes distinctes entre elles. D'après ce qui précède, nous pouvons en général définir les réduites du couple (φ_1, φ_2) de telle façon que ces coefficients entiers aient des limites supérieures dépendant seulement de l'invariant δ, qui est un invariant irrationnel du couple (φ_1, φ_2).

Si nous réunissons dans une même classe l'ensemble des couples arithmétiquement équivalents entre eux dans le sens étendu, nous pouvons tirer les conclusions suivantes de ce qui précède :

Les couples des formes réelles quadratiques à coefficients entiers et d'un invariant δ donné constituent en général un nombre fini de classes.

Chaque classe contient en général un nombre fini de réduites.

Ces résultats ne subsistent plus sans exception, si l'équation $\Delta(z, 1) = 0$ a des racines multiples.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe de points de la convergence non uniforme des suites de fonctions.* Note [1] de M. **A. Kovanko**, présentée par M. Émile Borel.

Cette Note se rattache aux travaux d'Osgood [2], Young [3] et Hobson [4].

Nous avons à examiner un cas particulier des points de convergence non uniforme d'une suite de fonctions, aux environs desquels le reste de la suite devient infini. En général, ce sont les points de la catégorie χ (notation d'Osgood).

Soit

$$f_1(x),\ f_2(x),\ f_3(x),\ \ldots \quad (a \leq x \leq b) \tag{1}$$

une suite de fonctions intégrables (L), qui converge vers une fonction

$$f(x),\ \ldots \tag{2}$$

aussi intégrable (L).

Nous savons que si la suite (1) ne peut être intégrée terme à terme, il existe nécessairement des points de la catégorie χ sur (a, b).

Nous distinguerons deux classes de points χ :

1° Les points χ_{nt} dont la présence rend impossible l'intégration de la série (1) terme à terme;

2° Les points χ_{t} dont la présence rend possible l'intégration de la série (1) terme à terme.

Examinons les points de la deuxième catégorie χ_{t}. Supposons que la

---

[1] Séance du 14 septembre 1925.

[2] *On the non uniform convergence* (*American Journal of Mathematics*, 19, 1897, p. 155).

[3] *Sur l'intégration des séries* (*Comptes rendus*, 136, 1903, p. 1632); *Term by term integration of oscillating series* (*Proc. Lond. Math. Soc.*, 8, 1910, p. 99-116).

[4] *On the integration of series* (*Acta math.*, 27, 1903, p. 209-216).

suite (1) n'ait que des points de cette catégorie. Soit $M(\chi_{tt})$ leur ensemble.

Des travaux cités, il est aisé de déduire que l'ensemble $M_1(\chi_{tt})$ des points χ de la suite

$$(3) \qquad \left[\int_a^x f_n(\alpha)\,d\alpha\right] \qquad (n=1, 2, 3, \ldots)$$

fait partie de $M(\chi_{tt})$ et ne contient que des points de catégorie χ_{tt} de la suite (3).

Plus généralement, de l'égalité

$$(4) \qquad \lim_{n=\infty}\int_a^x f_n(\alpha)\,d\alpha = \int_a^x f(\alpha)\,d\alpha$$

découle l'égalité

$$(5) \qquad \lim_{n=\infty}\underbrace{\int_a^x \cdots \int_a^x}_{k} f_n(\alpha)\,d\alpha^k = \underbrace{\int_a^x \cdots \int_a^x}_{k} f(\alpha)\,d\alpha^k.$$

Soit $M_k(\chi_{tt})$ l'ensemble des points χ_{tt} de la suite, déduite de (1) par k intégrations.

Soit c un point de $M(\chi_{tt})$.

1° Si c appartient à $M_{k-1}(\chi_{tt})$ sans appartenir à $M_k(\chi_{tt})$, nous le noterons par χ_{tt}^k;

2° Si c appartient à $M_k(\chi_{tt})$ pour tout index fini k, alors nous le noterons par χ_{tt}^ω.

Le but de notre Note est de démontrer l'existence de points de la catégorie χ_{tt}^ω.

Nous proposons l'exemple suivant :

$$f_n(x) = 0 \qquad \text{pour } \left(0 \leqq x < \frac{1}{2^n}\right) \text{ et pour } \left(\frac{1}{2^{n-1}} \leqq x < 1\right),$$

$$f_n(x) = 2^{n^2} \qquad \text{»} \quad \left(\frac{1}{2^n} \leqq x < \frac{3}{2^{n+1}}\right),$$

$$f_n(x) = -2^{n^2} \qquad \text{»} \quad \left(\frac{3}{2^{n+1}} \leqq x < \frac{3}{2^{n+1}}\right),$$

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x) = 0 \qquad \text{pour } (0 \leqq x \leqq 1).$$

Le point $x=0$ est un point χ_{tt}, car, d'une part,

$$\lim_{n=\infty}\int_a^x f_n(\alpha)\,d\alpha = \int_a^x f(\alpha)\,d\alpha = 0 \qquad \text{pour } (0 \leqq x \leqq 1)$$

et, d'autre part,

$$\left|\varphi_n\left(\frac{3}{2^{n+1}}\right)\right| = \left|f\left(\frac{3}{2^{n+1}}\right) - f_n\left(\frac{3}{2^{n+1}}\right)\right| = 2^{n^2-n-1}.$$

Donc

$$\lim_{n=\infty} \varphi_n\left(\frac{3}{2^{n+1}}\right) = +\infty.$$

Soit

$$F_{n,k}(x) = \underbrace{\int_0^x \cdots \int_0^x}_{k} f_n(\alpha)\, d\alpha^k, \qquad \lim_{n=\infty} F_{n,k}(x) = 0.$$

La suite $[F_{n,k}(x)]$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ a aussi $x = 0$ pour point de catégorie χ_{tt} pour tout k, car

$$F_{n,k}\left(\frac{3}{2^{n+1}}\right) = \underbrace{\int_0^{\frac{3}{2^{n+1}}} \cdots \int_0^{\frac{3}{2^{n+1}}}}_{k} f_n(\alpha)\, d\alpha^k = \underbrace{\int_{\frac{1}{2^n}}^{\frac{3}{2^{n+1}}} \cdots \int_{\frac{1}{2^n}}^{\frac{3}{2^{n+1}}}}_{k} 2^{n^2}\, d\alpha^k$$

$$= \frac{2^{n^2}}{k-1!} \int_{\frac{1}{2^n}}^{\frac{3}{2^{n+1}}} \left(\frac{3}{2^{n+1}} - \alpha\right)^{k-1} d\alpha = \frac{2^{n^2-nk-k}}{k!}.$$

Donc

$$\lim_{n=\infty} F_{n,k}\left(\frac{3}{2^{n+1}}\right) = +\infty.$$

Donc $x = 0$ est un point de catégorie χ_{tt}^{ω}.

Nous avons ainsi construit une suite de fonctions telle que l'intégration terme à terme répétée plusieurs fois n'efface jamais les points de la catégorie χ.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la meilleure approximation des fonctions analytiques et leurs points singuliers.* Note de M. **Mandelbrojt**, présentée par M. Volterra.

On dit que $P_n(x)$ est un polynome d'approximation de $f(x)$ sur le segment E, si parmi tous les polynomes $F_n(x)$ de degré n, le polynome $P_n(x)$ jouit de la propriété que le maximum de $|f(x) - P_n(x)|$ sur E est le plus petit possible. La quantité $E_n[f(x)] = |f(x) - P_n(x)|$ est appelée la meilleure approximation de $f(x)$ par des polynomes ordinaires de degré n.

Les propriétés des polynomes d'approximation ainsi que de la meilleure approximation elle-même ont été étudiées très profondément par M. Bernstein. Plusieurs points ont été généralisés pour des fonctions $f(x)$ imaginaires d'une variable réelle par MM. Tonelli, Montel et Riesz et par M. Bernstein lui-même.

Le théorème suivant est dû à M. Bernstein :

Si $\overline{\lim}\sqrt[n]{E_n} = \frac{1}{R}$, *la fonction* $f(z)$ *est holomorphe à l'intérieur de l'ellipse* C *ayant* R *pour demi-somme d'arcs et de foyers* ± 1, *et elle admet au moins un point singulier sur cette ellipse* [1].

M. Bernstein le démontre pour des fonctions $f(x)$ réelles. Pour ce que nous nous proposons, nous avons besoin d'étendre le même théorème aux fonctions imaginaires.

Remarquons que la démonstration du théorème de M. Bernstein s'appuie sur les deux faits suivants :

1° Le polynome d'approximation donne à l'intégrale

$$\int_{-1}^{+1} [f(x) - P_n(x)]^2 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

une valeur non inférieure à $I_n^2 = \frac{\pi}{2}[A_{n+1}^2 + \ldots]$ avec

$$A_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi f(\cos\theta)\,d\theta, \qquad A_k = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi f(\cos\theta)\cos k\theta\,d\theta.$$

2° Si l'on a un polynome $P_n(x)$ de degré n tel que $|P_n(x)| < M$ sur le segment $(-1, +1)$, on a pour l'ellipse C

$$|P_n(x)| < MR^n.$$

Le fait 1° peut être étendu aux fonctions imaginaires en remplaçant $[f(x) - P_n(x)]^2$ par $|f(x) - P_n(x)|^2$.

Le théorème 2° a été démontré par M. Montel d'une manière très simple [2] pour le polynome à coefficients complexes.

---

(1) *Leçons sur les propriétés extrémales et la meilleure approximation des fonctions analytiques de la variable réelle* (sous presse).

(2) *Sur les polynomes d'approximation* (*Bulletin de la Société mathématique de France*, 46, 1919, p. 151-152). Voir aussi les *Leçons* citées ci-dessus de M. Bernstein.

Il en résulte que le théorème de M. Bernstein est également vrai pour les fonctions imaginaires.

Ceci nous permet de démontrer les théorèmes suivants :

I. *Soit* $\varphi(z)$ *une fonction analytique holomorphe à l'origine et dont le rayon d'holomorphie* R *est supérieur à* 1.

Considérons la fonction réelle, continue et périodique de période 2π

$$F(\psi) = \overline{\lim_{n=\infty}} \sqrt[n]{E_n\, \varphi(e^{i\psi}x^2)};$$

les valeurs de cette fonction sont comprises entre les deux quantités $\frac{1}{\sqrt{R+1}}$ *et* $\frac{1}{\sqrt{R}}$.

Si l'on a

$$\min F(\psi) = \frac{1}{\sqrt{R+1}},$$

la fonction $f(z)$ *a un seul point singulier sur le cercle de convergence.*

II. *D'autre part, si la fonction* $\varphi(z)$ *n'a qu'un seul point singulier sur le cercle de convergence et n'en a pas d'autre dans le cercle de rayon* R + 1, *on a*

$$\min F(\psi) = \frac{1}{\sqrt{R+1}}.$$

III. *La condition nécessaire et suffisante pour que la fonction* $\varphi(z)$, *supposée paire, admette son cercle de convergence comme coupure est que*

$$F(\psi) = \text{const.}$$

(Cette constante est nécessairement alors $\frac{1}{\sqrt{R}}$ ([1]).)

Il suffit d'ailleurs de considérer dans ce dernier cas la fonction

$$F_1(\psi) = \overline{\lim} \sqrt[n]{E_n\, \varphi(e^{i\psi}x)}.$$

Mais, pour plus d'unité, nous préférons étudier la fonction $F(\psi)$ [dans les théorèmes I et II on ne peut pas remplacer $F(\psi)$ par $F_1(\psi)$]. Elle nous servira aussi pour les cas intermédiaires entre celui d'un seul point singulier et celui où le cercle de convergence est une coupure.

([1]) Car dans tous les cas $F(\psi)$ atteint une fois, au moins, la valeur $\frac{1}{\sqrt{R}}$.

ÉLASTICITÉ. — *Plaque, en forme de triangle rectangle isoscèle, posée sur son contour, soumise à l'action de forces agissant normalement à sa surface sur l'axe de symétrie.* Note de M. **B. Galerkin**, présentée par M. Mesnager.

La plaque est limitée par les droites $y=0$, $x-y+b=0$ et $x+y-b=0$. La charge étant disposée sur la plaque symétriquement à l'axe des y, on peut prendre pour la surface moyenne de la partie de la plaque, placée à droite de l'axe des y, l'équation suivante :

$$
\begin{aligned}
(1)\quad w &= f(x,y)+\Phi(x,y)\\
&= f(x,y)+\sum_1^\infty A_n\left[\operatorname{ch}\frac{(2n-1)\pi(b-y)}{2b}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{2b}\right.\\
&\qquad\left.-(-1)^{n+1}\operatorname{ch}\frac{(2n-1)\pi x}{2b}\sin\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\right]\\
&+\sum_1^\infty B_n\left[\operatorname{sh}\frac{(2n-1)\pi(b-x)}{2b}\sin\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\right.\\
&\qquad\left.-(-1)^{n+1}\operatorname{sh}\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{2b}\right]\\
&+\sum_1^\infty C_n\left[(b-y)\operatorname{sh}\frac{(2n-1)\pi(b-y)}{2b}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{2b}\right.\\
&\qquad\left.-(-1)^{n+1}x\operatorname{sh}\frac{(2n-1)\pi x}{2b}\sin\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\right]\\
&+\sum_1^\infty D_n\left[(b-x)\operatorname{ch}\frac{(2n-1)\pi(b-x)}{2b}\sin\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\right.\\
&\qquad\left.-(-1)^{n+1}y\operatorname{ch}\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{2b}\right].
\end{aligned}
$$

La fonction $f(x,y)$ doit être choisie de manière que

$$\frac{Eh^3}{12(1-\sigma^2)}\left(\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 f}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right)=p_{xy},$$

où h est l'épaisseur constante de la plaque, σ le coefficient de Poisson, p_{xy} la charge sur l'unité de surface.

Ensuite, au bord $x+y-b=0$, $f(x,y)$ et $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ doivent être réduites à zéro.

Les coefficients A_n, B_n, C_n et D_n seront déterminés par les conditions :

a. Si $x=0$,

$$\frac{\partial w}{\partial x}=0 \quad \text{et} \quad V_{xz}=-\frac{Eh^3}{12(1-\sigma^2)}\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}+\frac{\partial^3 w}{\partial x\,\partial y^2}\right)=\varphi(y),$$

où V_{xz} est l'effort tranchant;

b. Si $y=0$,

$$w=0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0.$$

En appliquant ceci au cas où les forces sont uniformément réparties le long de l'axe de symétrie sur l'étendue de $y=e$ à $y=e+b_1$, nous pouvons admettre $f(x,y)=0$ et $\varphi(x,y)=\frac{p}{2}$, p étant la charge sur l'unité de longueur.

Décomposant $\varphi(y)$ dans les limites de 0 à b en série

$$\varphi(y)=\sum \alpha_n \sin\frac{(2n-1)\pi y}{2b},$$

où

$$\alpha_n=\frac{2}{b}\int_0^{b_1}\varphi(y)\sin\frac{(2n-1)\pi y}{2b}dy=\frac{4p}{2(n-1)\pi}\sin\frac{(2n-1)\pi(2c+b_1)}{4b}\sin\frac{(2n-1)\pi b_1}{4b},$$

nous obtiendrons, en satisfaisant aux conditions *a* et *b*, une infinité de groupes de quatre équations qui déterminent tous les coefficients A_n, B_n, C_n et D_n.

L'équation de la surface moyenne w se présentera ainsi :

$$(2)\quad w=\frac{96(1-\sigma^2)pb^3}{Eh^3\pi^3}\sum_1^\infty \frac{\sin\frac{(2n-1)\pi b_1}{4b}\sin\frac{(2n-1)\pi(b_1+2e)}{4b}}{(2n-1)^3\operatorname{ch}\frac{(2n-1)\pi}{2}}$$
$$\times\left\{\left[\operatorname{sh}\frac{(2n-1)\pi(b-x)}{2b}\sin\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\right.\right.$$
$$\left.-(-1)^{n+1}\operatorname{sh}\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{2b}\right]\left[\frac{2}{(2n-1)\pi}+\operatorname{th}\frac{(2n-1)\pi}{2}\right]$$
$$-\frac{b-x}{b}\operatorname{ch}\frac{(2n-1)\pi(b-x)}{2b}\sin\frac{(2n-1)\pi y}{2b}$$
$$\left.+\frac{y}{b}(-1)^{n+1}\operatorname{ch}\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{2b}\right\}.$$

Si b_1 est une quantité infinitésimale et en admettant que $pb_1=P$ et que

$b_1 = 0$, l'équation (2) se réduira à

$$(3)\quad w = \frac{24(1-\sigma^2)\,\mathrm{P}\,b^2}{\mathrm{E}\,h^3\,\pi^2}\sum_1^\infty \frac{\sin\dfrac{(2n-1)\pi e}{2b}}{(2n-1)^2\,\mathrm{ch}\,\dfrac{(2n-1)\pi}{2}}$$

$$\times\left\{\left[\mathrm{sh}\,\frac{(2n-1)\pi(b-x)}{2b}\sin\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\right.\right.$$

$$\left. -(-1)^{n+1}\,\mathrm{sh}\,\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{2b}\right]\left[\frac{2}{(2n-1)\pi}+\mathrm{th}\,\frac{(2n-1)\pi}{2}\right]$$

$$-\frac{b-x}{b}\,\mathrm{ch}\,\frac{(2n-1)\pi(b-x)}{2b}\sin\frac{(2n-1)\pi y}{2b}$$

$$\left.+\frac{y}{b}(-1)^{n+1}\,\mathrm{ch}\,\frac{(2n-1)\pi y}{2b}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{2b}\right\},$$

solution pour le cas où la force P *est concentrée au point* ($x = 0, y = e$). En admettant $e = 0$ et $b_1 = b$, nous obtiendrons une solution pour le cas où la force p est répartie uniformément le long de l'axe de symétrie sur la longueur b [1].

POUVOIR ROTATOIRE. — *Sur la diffusion de la lumière par les molécules actives et inactives.* Note de M. **R. de Mallemann**, transmise par M. A. Cotton.

La diffusion de la lumière par les molécules actives a fait l'objet d'un Mémoire récent de Gans [2]; la question y est traitée au double point de vue théorique et expérimental. Gans déduit ses formules de la théorie de Born; il obtient ainsi une série de relations dans lesquelles figurent plusieurs nouveaux paramètres, ce qui semblerait indiquer une différence dans les effets Tyndall, correspondant respectivement aux corps actifs et inactifs. D'après Gans l'expérience confirmerait cette différence essentielle; il pense pouvoir obtenir ainsi des indications sur la valeur des paramètres, qui, dans la théorie de Born, caractérisent l'activité optique. Cette argumentation est erronée et repose sur une illusion.

---

(1) Pour le dernier cas, nous donnons une autre solution dans les articles : *Recherche sur les plaques triangulaires* (*Bulletin de l'Académie des Sciences de Russie*, 6e série, 1919, p. 223) et *Flexion des plaques triangulaires* (*Annales de l'Institut polytechnique de Petrograd*, 28, 1919, p. 1), où sont examinés plusieurs cas de surcharge de la plaque.

(2) R. Gans, *Zeitschrift f. Physik*, 17, 1923, p. 372.

Il est facile de voir que la théorie de l'effet Tyndall dans les corps actifs se réduit pratiquement à celle des corps inactifs.

La démonstration n'exige aucun calcul. Considérons d'abord un corps *inactif* et soit OXYZ un trièdre de référence dans lequel l'axe OZ est, par exemple, *vertical*. Ce corps est parcouru dans la direction OX par une vibration incidente h, dirigée suivant OZ. Soient f et g les constantes figurant respectivement dans les carrés moyens $\overline{X}^2$ et $\overline{Z}^2$ des composantes diffusées *dans la direction* OY. *Observons dans une direction* OP, *inclinée d'un angle* θ *sur la verticale* OZ. La lumière diffusée dans cette direction sera formée : a) d'une composante parallèle à OX, d'intensité fh^2, indépendante de θ; b) de la projection sur la *normale* à la direction θ des vibrations secondaires excitées par l'onde incidente suivant OZ et OY; l'intensité correspondante est évidemment $(f\cos^2\theta + g\sin^2\theta)h^2$ [1].

Dans la direction d'observation OP, le rapport ρ_1 des intensités de la composante horizontale à la composante normale au plan XOP sera donc $\dfrac{f}{f\cos^2\theta + g\sin^2\theta}$. Observons maintenant dans la direction perpendiculaire; le rapport devient ρ_2 et on aura :

$$\rho_1 = \frac{f}{f\cos^2\theta + g\sin^2\theta}, \qquad \rho_2 = \frac{f}{f\sin^2\theta + g\cos^2\theta}, \qquad \rho = \frac{2f}{f+g}, \tag{1}$$

en désignant par ρ le rapport qui correspond à la lumière naturelle.

Ces quantités sont liées par la relation simple

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right). \tag{2}$$

Si nous considérons maintenant un corps *actif*, la vibration primaire ne restera pas verticale, mais tournera régulièrement autour de la direction de propagation.

Les intensités diffusées suivant l'horizontale OY et la verticale OZ seront donc liées par les mêmes relations (1), si l'on désigne ici par θ l'angle de la verticale OZ avec la direction de la vibration primaire, *dans le plan particulier choisi pour l'observation*, angle qui dépend du pouvoir rotatoire du milieu.

Les formules (1) et (2) sont donc générales et s'écrivent immédiatement; elles sont exactement de même forme que celles obtenues par Gans après d'assez longs calculs et qu'il donne comme caractéristiques des corps

---

[1] En effet, dans la direction θ, il apparaît une composante diffusée vibrant suivant OY; or la direction OZ de la vibration *primaire* étant de révolution pour le phénomène *secondaire* excité, les directions de vibration OX et OY sont équivalentes; le coefficient f est donc le même dans les deux cas.

actifs. Il est vrai que les quantités f et g ne paraissent pas les mêmes, leur expression renfermant des paramètres spécifiques de l'activité optique. La forme assez compliquée de la théorie de Born masque l'ordre de grandeur de ces termes supplémentaires. En partant de la théorie de la polarisation rotatoire que nous avons proposée, il est facile de voir que ces termes sont absolument négligeables, comme nous l'avions déjà établi (1).

En effet, le carré moyen des composantes de la polarisation du milieu se compose ici de deux parties : la première est identique à l'expression correspondant à un corps inactif; la seconde provient du carré des termes imaginaires. Or le rapport de la dernière expression à la première est inférieur $\frac{4\pi^2}{\lambda^2} r^2$ (r désignant le diamètre de la molécule), c'est-à-dire certainement inférieur à 10^{-4} dans le spectre visible.

Il en résulte que l'action du terme supplémentaire sur les phénomènes observables est tout à fait négligeable. *Les effets Tyndall dans les corps actifs et inactifs ne diffèrent donc pratiquement que par la rotation de la vibration primaire.* La direction correspondant au maximum d'intensité est toujours normale à la direction de vibration $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$. Dans un corps actif cette direction change avec le plan d'observation, c'est-à-dire avec l'épaisseur parcourue par le faisceau primaire, *et avec la couleur*, ce qui explique l'illusion de Gans (2). En lumière blanche, on observera donc dans chacune des sections du tube un fragment de spectre circulaire, d'autant plus étalé que la section est plus éloignée de l'entrée du tube. Ces spires colorées se déplaceront quand on fera tourner le polariseur (3). Ce phénomène a été

(1) *Bull. Soc. Phys.*, n° 183, 1923, p. 197.

(2) D'ailleurs le rapport ρ_2 diffère de l'unité, comme l'expérience le confirme, non par suite de l'existence de termes supplémentaires dans f et g, mais à cause de la *rotation* de la vibration primaire, que Gans oublie simplement de considérer. Les composantes h_x et h_y varient avec le plan d'observation.

(3) On retrouve bien entendu par le calcul les expressions (1) que nous avons établies directement.

Toutefois, dans un *liquide*, il y aurait lieu d'introduire dans ces expressions le coefficient de compressibilité, comme Ramanathan et nous-même l'avons indiqué antérieurement.

Ajoutons que dans un corps actif, il faudrait encore tenir compte de la *rotation des vibrations diffusées* elles-mêmes, à partir de l'axe du pinceau primaire, quand celui-ci n'est pas très près de la surface du corps.

signalé dès 1868 par Lallemand qui l'a observé sur des solutions de sucre. En utilisant des corps beaucoup plus actifs comme le molybdomalate d'ammoniaque, M. Darmois a rendu l'expérience particulièrement brillante.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur l'activité des diverses radiations dans la photosynthèse.* Note de M. **René Wurmser**, présentée par M. Jean Perrin.

L'assimilation chlorophyllienne est constituée par une suite de réactions dont la première seule est photochimique. Aux très faibles intensités lumineuses, la vitesse de l'assimilation est réglée par celle du phénomène photochimique primaire. En mesurant, dans ces conditions, le rapport de la vitesse d'assimilation à la puissance de rayonnement absorbée par le pigment, on peut donc étudier le mode d'action des diverses radiations sur le phénomène primaire.

Pratiquement, on établit le rapport de la quantité de gaz carbonique réduit dans un temps donné, à l'énergie lumineuse absorbée par la chlorophylle pendant le même temps. La quantité de gaz carbonique réduit peut être obtenue par dosage de l'oxygène dégagé, auquel il convient d'ajouter l'oxygène qui serait absorbé dans le même temps par suite de la respiration. Mes mesures ont été effectuées sur des algues marines, et les dosages pratiqués suivant la méthode de Winckler.

L'énergie absorbée est le produit de l'énergie incidente par le pouvoir absorbant de la chlorophylle. On mesure à tout instant l'intensité incidente au moyen d'une pile thermo-électrique, connectée avec un galvanomètre de faible résistance, l'ensemble étant étalonné en valeur absolue avec une lampe Hefner. On obtient l'énergie en intégrant pour toute la durée de l'exposition au rayonnement.

Le pouvoir absorbant est déterminé de la manière suivante : L'algue choisie, *Ulva lactuca*, est extrêmement mince, de l'ordre du dixième de millimètre d'épaisseur, et peut être décolorée complètement par exposition à une lumière intense. On détermine, au moyen de la pile thermo-électrique, le rapport $\frac{I}{I_0}$ de l'énergie transmise à l'énergie incidente, d'abord en interposant l'algue normale, ensuite en interposant l'algue décolorée. La

première mesure permet d'obtenir la somme K + K′ des coefficients d'absorption, K se rapportant à l'absorption propre de la chlorophylle et K′ se rapportant à l'absorption apparente des éléments incolores; la deuxième mesure fournit la valeur de K′. On calcule ensuite le pouvoir absorbant propre de la chlorophylle, comme si l'on avait affaire à un mélange de deux pigments. En fait, la perte de rayonnement due aux éléments incolores est produite par la diffusion et non par de l'absorption. M. Langevin a calculé théoriquement la perte de rayonnement subie par un faisceau qui traverse une couche *mince* présentant à la fois de l'absorption propre et de la diffusion. En s'en tenant aux termes du premier et du deuxième ordre, la relation obtenue est identique à celle que j'ai utilisée : les différences sont inférieures aux erreurs d'expérience.

Si l'on évalue l'assimilation en calories correspondant au travail chimique nécessaire pour dégager l'oxygène de la molécule de CO^2, et si l'on exprime également en calories l'énergie absorbée, le rapport obtenu représente le rendement énergétique maximum de la photosynthèse. Dans un travail antérieur [1] j'ai trouvé que ce rendement était d'environ 60 pour 100 en lumière rouge et 80 pour 100 en lumière verte. J'ai indiqué que cette activité particulière des radiations vertes pouvait être expliquée en admettant que l'activation d'une molécule, au sens de J. Perrin, exige l'absorption d'un nombre entier, mais variable, de photons. La radiation verte a une fréquence telle que $2h\nu$ correspondent exactement à l'énergie nécessaire pour réduire une molécule de CO^2. Pour toute autre radiation une certaine quantité d'énergie est dissipée en chaleur, soit que la molécule ait absorbé deux photons de fréquence supérieure, soit qu'elle en ait absorbé trois de fréquence inférieure à celle des radiations vertes.

Mes résultats concordaient en valeur absolue, pour la lumière rouge, avec ceux de O. Warburg et Negelein, qui ont effectué, avec une autre méthode et sur un autre matériel, la même recherche. Mais, selon ces auteurs, le rendement s'abaisserait, pour les autres radiations, de façon inversement proportionnelle à la fréquence, comme le prévoit la loi d'Einstein si un même nombre de quanta est toujours absorbé par molécule. En réalité les déterminations de O. Warburg et Negelein montrent déjà que dans la région violette du spectre cette loi ne s'applique pas. J'ai tenu toutefois à reprendre des mesures comparatives de l'action des régions rouge et verte du spectre.

---

[1] *Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 644 et *Ann. de Physiologie*, **1**, 1925, p. 47.

J'ai abaissé l'intensité incidente à une valeur si faible (en moyenne $0,25.10^{-3}$ cal. gr./min. cm²) que la photosynthèse compensait tout juste l'absorption d'oxygène due à la respiration. D'autre part j'ai utilisé comme écran, pour arrêter l'infrarouge, une épaisseur d'eau de $0^m,50$ afin de supprimer aussi complètement que possible ces radiations, ce qui permet une détermination beaucoup plus précise du pouvoir absorbant.

J'ai obtenu dans ces conditions un rendement toujours plus élevé dans la région verte que dans la région rouge du spectre. Le rapport du rendement pour les radiations comprises entres 590 et $490^{m\mu}$ au rendement pour les radiations comprises entre 700 et $590^{m\mu}$ a été trouvé égal à 1,15 avec des écarts ne dépassant pas 3 pour 100, tandis que la loi d'activité inversement proportionnelle à la fréquence exigerait un rapport de 0,83.

VOLCANOLOGIE. — *L'éruption du volcan de Santorin.* Note [1] de M. **Const. A. Kténas.**

Depuis l'explosion du 15 octobre 1870 sur le cône de Georgios, le volcan de Santorin était rentré dans le repos. Au cours de deux missions (juin 1903 et septembre 1911), je n'avais constaté aucun changement de l'activité régulière de fumerolles de Nea Kaméni.

Le chef de la Station météorologique de l'Observatoire d'Athènes à Théra, annonça, le premier, le soir du 11 août, que le volcan de Kaménis se trouvait, de nouveau, dans un état de paroxysme. Une maladie m'a empêché de partir plus tôt pour l'île; avant de commencer mes observations, je tiens à communiquer à l'Académie les renseignements recueillis sur les débuts de l'éruption.

Cet exposé sommaire se base sur les rapports officiels du chef de la Station météorologique à Théra et du capitaine de port de Phira. J'ai tiré aussi grand profit d'une série de photographies du volcan, faites les 11, 15 et 18 août et des indications dues à des témoins oculaires.

Le 11 août, vers 11^h, des vapeurs s'élevaient du canal séparant les îles de Mikra Kaméni (cône de l'an 1570) et de Nea Kaméni (cônes de 1707 et 1866). Les émanations gazeuses devenaient de plus en plus denses, mais ce n'est que dans l'après-midi, vers 15^h, qu'eut lieu la première explosion. On

---

[1] Séance du 7 septembre 1925.

entendit à Santorin une assez violente détonation, tandis qu'une épaisse colonne de nuées très opaques commençait à s'échapper du canal. Aux émanations gazeuses étaient bientôt venues s'ajouter des projections de bombes, des lapilli, et des flammes qui se montrèrent à la surface de la mer. Les explosions augmentèrent d'intensité dans la soirée et pendant la nuit.

Le lendemain, 12 août, on vit émerger un îlot dont les dimensions croissaient rapidement. Comme la photographie du volcan du 18 août le laisse voir, cet îlot a été transformé, au bout de quelques jours, en un dôme à pentes très douces ne dépassant pas, en hauteur, la moitié du cône de 1570 (78^{m}). En même temps, une langue de terre, composée d'amas de blocs de lave et allongée du côté de l'Est, s'est élevée au-dessus de la surface de la mer vers la côte orientale de Kaménis.

En s'accroissant, le nouveau centre éruptif que j'ai appelé du nom de Fouqué [1], réunit aujourd'hui Mikra Kaméni et Nea Kaméni.

Du 14 au 18 août, les explosions se sont succédé, très nombreuses, au « cratère » couronnant le dôme. Il s'est produit aussi des projections assez violentes de cendres qui sont tombées jusque dans la ville de Phira (nuit du 14 au 15 août) et dans la région d'Acrotiri (17 août). Par contre, aucune secousse provenant de l'île de Santorin n'a été enregistrée par le séismographe de l'Observatoire d'Athènes.

De tout ce qui précède, il résulte que nous sommes déjà en possession d'un certain nombre de caractères permettant de reconnaître que l'éruption actuelle de Nea Kaméni correspond, pour le moment, à un type mixte vulcano-péléen. Le dôme de Fouqué et le prolongement de Kaménis vers l'Est doivent leur formation à l'extrusion d'une masse solide, sinon très visqueuse; des coulées, insignifiantes comme masse, n'ont été observées que localement. L'intensité de ces manifestations volcaniques est beaucoup plus grande que celle du début de l'éruption de 1866.

---

(1) C'est dans le journal d'Athènes *Hestia* du 16 et du 19 août que ma proposition a été publiée. Ainsi le nouveau centre éruptif commémorera le souvenir du grand savant français Fouqué qui a tant étudié le volcan de Santorin et l'a visité, pour la dernière fois, en 1896, accompagné de M. A. Lacroix.

ENTOMOLOGIE. — *Étude de la sécrétion de la soie à l'aide des rayons ultraviolets filtrés (lumière de Wood).* Note de MM. **A. Policard** et **A. Paillot**, présentée par M. Paul Marchal.

Quand on examine à la lumière de Wood (rayons de longueur d'onde 3650 Å. obtenus par filtration de rayons ultraviolets sur verre au nickel) un ver à soie prêt à filer son cocon, on est frappé par la magnifique fluorescence jaune brillante que montrent certaines régions du corps, en particulier : les espaces interannulaires, les fausses pattes, les parties de la face ventrale comprises entre les pattes thoraciques, d'une part, et les fausses pattes, d'autre part. Ce phénomène est lié au sang : ponctionné à la pipette, celui-ci offre, sous l'écran de Wood, une fluorescence très vive. En utilisant cette méthode d'examen, nous avons pu faire les observations suivantes :

I. La fluorescence du sang s'observe chez toutes les races que nous avons examinées (races des Cévennes, du Var, Chinois doré et Chinois blanc, Gubbio, Ascoli). Elle ne nous a pas semblé, au moins à un examen préliminaire, liée à la qualité de la nourriture. Elle apparaît du reste à un moment précis du stade larvaire : vers le 4e ou 5e jour du 5e âge. Pendant les quatre premiers âges, les vers ne sont pas fluorescents.

La cause exacte de ce phénomène nous a échappé : la fluorescence n'est pas liée à un élément lipoïde : elle persiste en effet dans le sang traité par l'éther. Elle n'est pas liée non plus aux pigments colorés que renferme le sang; des vers à sang incolore sont néanmoins fluorescents; des vers à sang jaune (antérieurement au 5e âge) ne le sont pas.

Le sang devenant fluorescent au moment où l'appareil séricigène se développe considérablement, nous avons été conduit à étudier cet appareil par la méthode microfluoroscopique.

II. Chez un ver prêt à filer son cocon, le segment initial de l'appareil séricigène, qui sécrète la fibroïne, montre une fluorescence vive, mais toujours blanche; le réservoir à soie, dans sa partie distale (première anse), offre une fluorescence jaune très intense; celle-ci est faible, sinon nulle, dans les anses proximales; le tube excréteur n'est pas fluorescent.

Chez un ver qui a filé la bourre et la première couche du cocon, le segment initial de la glande offre la même fluorescence blanche. Par contre, le réservoir tout entier et le canal excréteur montrent une fluorescence jaune vive.

Il semble donc que, dans le processus de la sécrétion de la soie, deux phénomènes se superposent : 1° la sécrétion de la fibroïne d'abord, substance d'une fluorescence blanche, qui donne au segment initial sécréteur son aspect blanc brillant à la lumière de Wood ; 2° la fabrication d'un corps qui donne à la fibroïne son aspect caractéristique, transformant sa fluorescence blanche en une fluorescence jaune d'or ; il y aurait lieu de préciser les rapports de ce corps avec le pigment qui donne au cocon sa couleur. Le corps qui donne la fluorescence est différent de la matière colorante ; celle-ci est seulement surajoutée ; elle modifie la teinte de la fluorescenee mais ne la crée pas ; il y a des vers à soie à sang jaune non fluorescents et des vers à sang incolore, à fluorescence blanche. La séricine, sécrétée dans toute la paroi du réservoir, n'est pas fluorescente.

Ces données doivent être rapprochées des aspects offerts par les cocons à la lumière de Wood ; ceux-ci sont extraordinairement variables. Si la *bourre* ou *frisure* est toujours violet sombre, la soie est fluorescente mais avec une teinte variable, même lorsqu'il s'agit d'une race bien sélectionnée.

La fluorescence du sang et de la glande disparaît complètement aussitôt après la confection du cocon.

III. Ces constatations permettent de dégager les notions suivantes : l'apparition de la fibroïne fluorescente dans la partie sécrétrice initiale de l'appareil séricigène, coïncide avec l'apparition de la fluorescence dans le sang. Il y a donc lieu de rechercher dans le sang du ver l'antécédent de la fibroïne de la glande.

La substance qui donne à la fluorescence sa teinte particulière est différente de la matière colorante qui se fixe sur la fibroïne ou la séricine au niveau du réservoir.

IV. L'examen des vers et des cocons aux rayons de Wood semble devoir être très intéressante au point de vue pratique ; une mauvaise nutrition, la maladie modifient beaucoup le comportement des vers aux rayons ultraviolets filtrés. Des vers en état de misère physiologique se montrant paresseux pour monter à la bruyère, ont le sang et l'appareil séricigène non fluorescents ; le cocon sécrété n'est pas fluorescent. L'examen fluoroscopique des cocons paraît donc pouvoir donner des renseignements sur l'état de santé des vers qui les ont filés et sur la qualité même de la soie. A ce point de vue, les résultats de l'examen peuvent être très utiles pour la sélection des reproducteurs.

Il reste à déterminer le mécanisme même des phénomènes observés et les

rapports qui les lient avec les qualités mécaniques et physico-chimiques de la soie. Mais, dès maintenant, il est permis de penser que cette méthode d'étude sera d'un intérêt très grand en sériciculture.

ZOOLOGIE. — *Sur une tortue luth* (Sphargis coriacea) *capturée en baie de Concarneau*. Note [1] de M. **R. Legendre**, présentée par M. J.-L. Breton.

Le 8 septembre dernier, alors que M. J.-L. Breton et les travailleurs du laboratoire de Concarneau à bord du *Pétrel* d'une part, M. Charcot, à bord du *Pourquoi-Pas?* d'autre part, croisaient entre Concarneau et les îles Glénans, un pêcheur de crustacés, relevant ses casiers entre ces îles et l'île aux Moutons, eut la surprise de trouver une grosse tortue engagée dans un orin par le cou et l'aileron antérieur droit. Il ramena péniblement sa prise à Sainte-Marine, à l'embouchure de l'Odet, où le lendemain, M. J.-L. Breton et les naturalistes qui l'accompagnaient purent l'observer et l'acquérir.

Il s'agissait d'une tortue luth (*Sphargis coriacea*) qu'on trouva échouée sur la rive. Elle respirait régulièrement à raison d'un mouvement par minute, en faisant entendre un bruit assez fort et en exhalant un air fétide. Les yeux, très sensibles à l'attouchement, étaient recouverts d'une abondante glaire pendant jusqu'au sol.

On la ceintura de cordes, puis on la remit à l'eau où immédiatement elle nagea avec énergie, entraînant même le canot qui cherchait à l'amener le long du *Pétrel*, malgré les efforts antagonistes de deux rameurs forçant sur les avirons. On la hissa à bord au palan, et on la ramena à Concarneau. Sur le pont, la respiration devint rapide et irrégulière, les temps variant de 35 à 50 secondes, puis elle se ralentit, tandis qu'on assistait à des émissions intestinales abondantes et fréquentes de matières liquides vert bleuâtre et malodorantes. A l'arrivée au port, la tortue fut remise à l'eau et y passa la nuit, en pendant au bout d'un palan. Le lendemain matin on l'y trouva morte.

L'autopsie fut immédiatement faite au laboratoire, pendant qu'un appareil cinématographique prenait des vues des phases successives de cette opération, enregistrant ainsi — pour la première fois, croyons-nous — de nombreux points de l'anatomie de cet animal.

---

[1] Séance du 14 septembre 1925.

L'animal pesait 330^{kg} et mesurait $1^{m},93$ de long sur $0^{m},88$ de large. Ses ailerons antérieurs avaient 1^{m} de long sur 33^{cm} dans leur plus grande largeur; des ailerons postérieurs, le droit était amputé et cicatrisé, le gauche avait 50^{cm} de long sur 30 de large.

Nous n'insisterons pas ici sur la forme extérieure et le squelette qui ont été plusieurs fois décrits, notamment en dernier lieu par M. L. Bureau (¹). Nous donnerons seulement les résultats des mensurations et des pesées des principaux organes. Le cœur, vidé de sang, pesait $2^{kg},250$; des frottis de sang frais furent préparés par Mme Bohn. Les poumons, spumeux, violacés, d'aspect asphyxique, pesaient 5^{kg}; ils mesuraient 35^{cm} de long et les grosses bronches avaient un diamètre de 3^{cm}. Le bec corné formait un triangle de 18^{cm} de base sur 13^{cm} de haut. La cavité buccale et l'œsophage étaient tapissés de très nombreuses papilles cornées, dont les plus longues atteignaient $7^{cm},5$; après plus de $1^{m},50$ d'œsophage, on trouva un estomac relativement petit, ne contenant qu'un peu d'une bouillie verdâtre où l'on ne put reconnaître que quelques débris indéterminables et deux vers parasites vivants. L'intestin, déroulé, dépassait $14^{m},50$ et était plein d'une matière pâteuse verdâtre; on remarqua sa partie sécrétante, fort longue, aux cryptes énormes d'où l'on voyait sourdre un magma verdâtre; on y trouva, vers le tiers inférieur, un calcul léger, ovoïde, de $6^{cm},5$ sur $4^{cm},5$. Le foie pesait $17^{kg},5$; la vésicule biliaire contenait environ plus d'un demi-litre de bile verdâtre. Le pancréas, allongé, mesurait une trentaine de centimètres. Les reins, très lobés, pesaient $4^{kg},750$. Les organes génitaux, petits, ne renfermaient aucun œuf visible, bien qu'il s'agît d'une femelle. L'encéphale ne pesait que $6^{g},75$; la moelle cervicale mesurait seulement 8^{mm} de diamètre. Les yeux, aplatis sur leur face antérieure, avaient $4^{cm},5$ de diamètre horizontal, 4^{cm} de diamètre vertical et 3^{cm} d'épaisseur. Le plastron ventral, épais de 4^{cm}, était fort gras et des échantillons de cette graisse, représentant environ les deux tiers du poids, furent recueillis par M. E. André. De nombreux morceaux des principaux tissus furent prélevés et fixés pour études histologiques ultérieures. La carapace préparée sera prochainement envoyée à Paris.

Les arrivées de tortues luth sont assez rares sur nos côtes. Dans la région de la côte sud de Bretagne où celle-ci fut capturée, on peut citer un autre exemplaire de 380^{kg} amené à Concarneau il y a une vingtaine d'années, en

(¹) L. Bureau, *Note sur la capture d'une tortue luth,* Sphargis coriacea, *dans la baie d'Audierne* (*Finistère*) (*Bull. Soc. Sc. nat. Ouest*, 3, 1893, p. 223-228).

l'absence de tout naturaliste, celui d'Audierne étudié par Bureau, capturé en 1893 dans des conditions identiques, qui mesurait 2^{m} et pesait 360^{kg}, et quelques autres individus, vus en 1729, 1765, 1872, dont le souvenir a été conservé.

MÉDECINE. — *La gymnastique oculaire appliquée au traitement de l'amblyopie ex-anopsia et du strabisme qui en dérive.* Note de M. **J. Roger d'Ansan**, présentée par M. d'Arsonval.

Les expériences que j'ai poursuivies depuis 1917 — époque à laquelle j'ai publié les résultats déjà obtenus chez les myopes par la gymnastique oculaire — m'ont amené à constater les avantages que l'on doit attendre d'une méthode basée sur l'activité fonctionnelle dans les cas où, comme dans l'amblyopie ex-anopsia, il existe un affaiblissement de l'acuité visuelle.

Cette infirmité, qui date du premier âge, n'affecte généralement qu'un seul œil et provient d'une absence de fonctionnement de l'organe.

Pour obvier aux inconvénients dont cette inaction était la conséquence, les ophtalmologistes s'étaient jusqu'à ce jour adressés à la méthode palliative, en prescrivant aux malades des verres qui rectifiaient tant bien que mal l'acuité visuelle, sans jamais réaliser la guérison.

Avec mon appareil gymnastique, j'apporte au contraire un moyen curatif, car il permet la mise en valeur des muscles intrinsèques et extrinsèques de l'appareil oculaire, constituant ainsi une véritable rééducation de la vue et cette méthode présente le double avantage non seulement de rétablir la fonction organique endormie, mais encore de corriger souvent le strabisme plus ou moins marqué qui est le corollaire fréquent de l'amblyopie.

Le traitement consiste dans une série de pressions exercées journellement et pendant dix minutes sur le globe oculaire fermé et l'on enregistre, après chaque séance, une augmentation de l'acuité visuelle, qui varie de 20 à 50^{cm} en moyenne. En outre, au fur et à mesure que son acuité s'améliore, on remarque que l'œil amblyope est insensiblement ramené vers son axe et que la diplopie tend de plus en plus à faire place à la fusion des deux images.

Mes expériences personnelles sont corroborées par les observations de malades qui m'ont été confiés, après examen préalable, par le service d'ophtalmologie d'un hôpital de Paris.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *La réapparition des foyers de fièvre aphteuse et la conservation du virus dans la nature.* Note de M. **Charles Lebailly**, présentée par M. Roux.

De nombreuses hypothèses ont été présentées dans le but d'expliquer la conservation du virus aphteux dans la nature. L'une des plus séduisantes fait jouer le rôle principal aux onglons des bovidés guéris. Elle n'est pas nouvelle.

Déjà, avant 1910, date de la publication du premier de ces travaux, on avait cru remarquer que la réapparition de la fièvre aphteuse coïncidait avec la taille des sabots, opération nécessaire pour rétablir les aplombs des animaux en stabulation.

Au cours de recherches histologiques, Zschokke montra l'existence d'aphtes profonds, fermés et siégeant dans l'épaisseur du sabot. Ces aphtes seraient mis en communication avec l'extérieur au moment de l'opération, et ce serait par eux, et non par les aphtes superficiels ulcérés dans lesquels le virus est détruit rapidement, que se ferait la conservation.

Il manquait à cette observation la preuve expérimentale; Böhm, qui a fait sienne l'opinion de Zschokke, n'en a pas apporté davantage.

Ce que ces deux auteurs n'avaient pas fait, Assel a tenté de le réaliser en inoculant, par frictions répétées et brutales, le produit de raclage des onglons sur la muqueuse buccale de bovins. Il rapporte avoir observé à la suite une fièvre et l'apparition de lésions de stomatite qu'il considère, les unes comme banales dues à l'irritation mécanique, d'autres comme aphteuses. Mais là encore, la preuve expérimentale manque, car il n'a pas été tenté de passages.

La plus extrême réserve s'impose donc sur la portée de cette hypothèse et sur ces faits. Je leur oppose, d'autre part, des expériences et le résultat d'observations.

Mes expériences ont porté sur six fermes du Calvados épargnées par l'épidémie de 1919. J'ai réalisé au laboratoire l'infection d'animaux, pris dans ces fermes, et je les y ai réintroduits après guérison. Jamais la fièvre aphteuse ne s'est montrée à la suite de cette rentrée et elle n'y est pas apparue depuis. Ces expériences ont porté sur un total de 62 bovins inoculés, mis au contact de 450 bovins neufs et sensibles.

J'ai observé des faits naturels du même ordre. Les animaux, mis à l'herbage au Pays d'Auge, sont ramenés en fin de saison dans les fermes des environs de Caen.

La preuve ne m'a jamais été fournie que le retour de ces animaux, conta-

minés et guéris en prairie, ait déterminé l'apparition de foyers épidémiques dans les fermes.

Si vraiment le virus aphteux se conservait dans les onglons, ces faits négatifs ne pourraient être relevés, et, dans des expériences aussi nombreuses que les miennes, la maladie aurait dû reparaître sinon toujours, du moins souvent. Le risque m'en semblait au début de mes expériences tel que ce n'est que devant la constatation au laboratoire de résultats constamment négatifs que je me suis risqué à des essais de contamination en grand.

Soit qu'on élimine ou que l'on considère comme exceptionnel le rôle des onglons, il est nécessaire de chercher une autre explication, capable de rendre compte des réapparitions de la fièvre aphteuse. J'ai eu l'occasion d'étudier avec M. Bertin, vétérinaire départemental, cinq foyers dans lesquels la maladie est apparue, alors que toute la région environnante en était indemne depuis plus d'une année. Ces foyers étaient distants et sans rapports entre eux; il s'agissait d'exploitations très modestes, ces cinq foyers avaient une caractéristique commune, celle de se trouver dans des régions d'aspect sauvage, au voisinage ou au contact de bois.

Il nous paraît que, plutôt que l'onglon des bovidés guéris, on doit suspecter le rôle, comme réservoir de virus, d'un hôte étranger, vertébré sauvage ou invertébré piqueur.

La séance est levée à 15h35m.

A. Lx.